Un corrigé du devoir maison n°5

Le bateau d'Arthur rejoint son mouillage situé sur la Laïta, fleuve se jettant dans l'océan au Pouldu, (E sur le schéma). On supposera que le bateau se déplace suivant une ligne droite.
Zélie et Nina ont décidé de faire une surprise à Arthur et d'être à l'arrivée à son mouillage.
Afin de connaître le plus tôt possible l'heure d'arrivée du bateau à l'embouchure, elles se placent sur la côte, Nina à 4,5 km de l'embouchure, au Fort-Bloqué (N sur le schéma), Zélie à 5,5 km de l'embouchure, à proximité du Courégant (Z sur le schéma), toutes les deux parfaitement alignées avec l'embouchure E de la Laïta.
Chacune d'elles est munie d'un appareil de mesure des angles.

- À 9 h, le bateau était en A : Nina note $\widehat{ANZ} = 96^\circ$ et Zélie $\widehat{NZA} = 60^\circ$.
- À 9 h 30, le bateau était en B : Nina note $\widehat{BNZ} = 135^\circ$ et Zélie $\widehat{BZN} = 31^\circ$.

1. (a) Calculer les mesures des côtés de ANZ puis celles de BNZ.

Dans le triangle ANZ :
$NZ = EZ - EN = 5,5 - 4,5 = 1$ km.
La somme des angles vaut 180°donc l'angle $\widehat{NAZ} = 180 - 96 - 60 = 24^\circ$.
D'après la formule des sinus : $\frac{NZ}{\sin\widehat{NAZ}} = \frac{AN}{\sin\widehat{ANZ}} = \frac{AZ}{\sin\widehat{ANZ}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sin 24} = \frac{AN}{\sin 60} = \frac{AZ}{\sin 96}$
Donc : $AN = \frac{\sin 60}{\sin 24} \approx 2,13$ km et $AZ = \frac{\sin 96}{\sin 24} \approx 2,45$ km

Dans le triangle BNZ :
$NZ = 1$ km.
La somme des angles vaut 180°donc l'angle $\widehat{NBZ} = 180 - 135 - 31 = 14^\circ$.
D'après la formule des sinus : $\frac{NZ}{\sin\widehat{NBZ}} = \frac{BN}{\sin\widehat{BNZ}} = \frac{BZ}{\sin\widehat{BNZ}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sin 14} = \frac{BN}{\sin 31} = \frac{BZ}{\sin 135}$ Donc : $BN = \frac{\sin 31}{\sin 14} \approx 2,13$ km et $BZ = \frac{\sin 135}{\sin 14} \approx 2,92$ km

(b) En déduire AB.

Plaçons-nous dans le triangle ABN.
$\widehat{BNA} = \widehat{BNZ} - \widehat{ANZ} = 135 - 96 = 39^\circ$.
D'après AL-KASHI : $AB^2 = BN^2 + AN^2 - 2 \times BN \times AN \times \cos\widehat{BNA} \approx 2,13^2 + 2,13^2 - 2 \times 2,13 \times 2,13 \times \cos 39$ et $AB \approx 1,42$ km.

2. (a) Calculer la distance qu'il reste à parcourir au bateau avant d'arriver à l'embouchure.

On cherche EB.
Plaçons-nous dans le triangle EBN.
$\widehat{ENB} = 180 - \widehat{BNZ} = 180 - 135 = 45^\circ$.
D'après AL-KASHI : $EB^2 = BN^2 + EN^2 - 2 \times BN \times EN \times \cos\widehat{ENB} \approx 2,13^2 + 4,5^2 - 2 \times 2,13 \times 4,5 \times \cos 45$ et $EB \approx 3,35$ km.
Il lui reste donc 3,35 km à parcourir.

(b) Pour des raisons de marée, le bateau doit atteindre l'embouchure de la Laïta avant 11h00. En supposant que celui-ci garde la même allure, déterminer si ce sera le cas.

Il a parcouru $AB \approx 1,42$ km en 30 min et était en B à 9h30. Il lui reste donc 1h30 avant d'atteindre 11h. À la même allure il a le temps de parcourir environ $3 \times 1,42 \approx 4,26$ km. Il n'a que 3,35 km à faire, donc il atteindra l'embouchure avant 11h.