Chapitre 9

Produit scalaire : définitions, propriétés Relations métriques dans le triangle

Sommaire

9.1 $\vec{AB}.\vec{AC}$ **86**

9.1.1 Activité d'introduction 86

9.1.2 Définition et premières propriétés 86

9.1.3 Lien avec H, le projeté orthogonal de B sur (AC) 87

9.2 $\vec{u}.\vec{v}$ **87**

9.2.1 Une autre définition 87

9.2.2 D'autres propriétés 88

9.3 Première application : Relations métriques dans le triangle **88**

9.3.1 Formules de la médiane 88

9.3.2 Formule d'AL-KASHI 88

9.3.3 Formule de l'aire 89

9.3.4 Formule des sinus 89

9.3.5 Formule de HÉRON 89

9.4 Exercices **90**

9.4.1 Utilisation des définitions et propriétés 90

9.4.2 Relations métriques dans le triangle 93

9.1 $\vec{AB}.\vec{AC}$

9.1.1 Activité d'introduction

On sait, d'après Pythagore, que, lorsque le triangle ABC est rectangle en A, alors $AB^2+AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow AB^2 + AC^2 - BC^2 = 0$.
On sait aussi, d'après la réciproque de Pythagore, que, lorsque le triangle n'est pas rectangle $AB^2 + AC^2 \neq BC^2 \Leftrightarrow AB^2 + AC^2 - BC^2 \neq 0$.
On s'intéressera dans ce chapitre à ce à quoi est égal cette différence quand le triangle est, ou n'est pas, rectangle.
La quantité qui va nous interesser sera plus précisement $p = \frac{1}{2}\left(AB^2 + AC^2 - BC^2\right)$. La présence du coefficient $\frac{1}{2}$ sera justifiée ultérieurement.

Soit un triangle ABC.
On appelle H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC) et $p = \frac{1}{2}\left(AB^2 + AC^2 - BC^2\right)$.

1. Montrer que si $A = B$ ou $A = C$ alors $p = 0$.

   On supposera pour la suite que A, B et C sont distincts.

2. Vérifier que, lorsque ABC est rectangle en A, $p = 0$.

3. Montrer que $p = \frac{1}{2}\left(AH^2 + AC^2 - CH^2\right)$

4. On va calculer p selon la position de H sur la droite (AC).

   Premier cas : $H \in [AC]$
   En écrivant $CH = AC - AH$, montrer que $p = AC \times AH = AC \times AB \times \cos\widehat{BAC}$.

   Deuxième cas : $H \notin [AC]$ et $H \in [AC)$
   En écrivant $CH = AH - AC$, montrer que $p = AC \times AH = AC \times AB \times \cos\widehat{BAC}$.

   Troisième cas : $H \notin [AC]$ et $H \in [CA)$
   En écrivant $CH = AC + AH$, montrer que $p = -AC \times AH = AC \times AB \times \cos\widehat{BAC}$.

   Que peut-on en déduire sur le signe de p selon les valeurs de $\widehat{BAC}$?

9.1.2 Définition et premières propriétés

Nous allons donner à p son nom mathématique :

Définition 9.1. Soit $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs du plan, on appelle produit scalaire de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$, noté $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, le nombre :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(AB^2 + AC^2 - BC^2\right)$$

On vient de démontrer quelques unes de ses propriétés :

Propriété 9.1. *Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.*
Si $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ ou $\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$.
Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont des vecteurs non nuls alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (AB) \perp (AC)$.

On démontre facilement la propriété suivante :

Propriété 9.2. *Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$.*

Propriété 9.3. *Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non nuls.*

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\widehat{BAC}$$

On en déduit facilement que, lorsque $\widehat{BAC}$ est aigu, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} \geqslant 0$ et, lorsque $\widehat{BAC}$ est obtus, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} \leqslant 0$.
Et surtout :

Propriété 9.4. *Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non nuls. Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires et :*

- *de même sens $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC$*
- *de sens contraire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB \times AC$*

Propriété 9.5. *Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur. On a $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = AB \times AB$. Et on notera $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2$.
Donc $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$.*

9.1.3 Lien avec H, le projeté orthogonal de B sur (AC)

Propriété 9.6. *Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et H le projeté orthogonal de B sur (AC).
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC}$.*

Preuve. On a vu dans l'activité que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(AH^2 + AC^2 - CH^2\right)$.
Or $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(AH^2 + AC^2 - CH^2\right)$. D'où l'égalité. ◊

On en déduit :

Propriété 9.7. *Soit deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ et H le projeté orthogonal de B sur (AC).*

- *$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de même sens.*
- *$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB \times AH$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont de sens opposé.*

9.2 $\vec{u}.\vec{v}$

On peut généraliser le produit scalaire à deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en notant $(\vec{u}\,;\,\vec{v})$ l'angle entre ces deux vecteurs.

9.2.1 Une autre définition

Définition 9.2. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan, on appelle produit scalaire de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$, noté $\vec{u}.\vec{v}$, le nombre :

$$\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2\right)$$

On démontre que cette définition est équivalente à la précédente en posant $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ et en remarquant que $BC^2 = CB^2 = \left\|\overrightarrow{CB}\right\|^2 = \left\|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right\|^2 = \|-\vec{v} + \vec{u}\|^2$.

9.2.2 D'autres propriétés

Les propriétés précédentes deviennent alors :

Propriété 9.8. *Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Alors, si $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{0}$ alors $\vec{u}.\vec{v} = 0$ et, si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs non nuls :*
- $\vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$.
- $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v})$.

Par ailleurs on a aussi $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ et $\vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2$.
Enfin, en notant $\vec{v'}$ le projeté orthogonal de $\vec{v}$ sur la direction donnée par $\vec{u}$, on a $\vec{u}.\vec{v} = \vec{u}.\vec{v'}$.

9.3 Première application : Relations métriques dans le triangle

9.3.1 Formules de la médiane

Théorème 9.9 (Formules de la médiane)**.** *Soit A et B deux points quelconques du plan et I le milieu du segment $[AB]$.*
Alors, pour tout point M du plan on a :
- $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$;
- $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{BA}$;
- $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$.

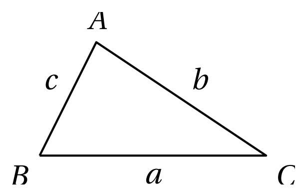
Remarques.

- La droite (MI) étant, pour le triangle MAB, la médiane issue de A, ces formules sont appelées *formules de la médiane.*
- Ces formules ne sont pas à apprendre, par contre on doit savoir les retrouver en utilisant les carrés scalaires (voir la preuve ci-dessous).
- Ces formules sont particulièrement utiles quand on cherche tous les points M vérifiant, par exemple, $MA^2 + MB^2 = 4$ puisqu'elles permettent de passer d'une expression à deux inconnues (MA et MB) à une expression à une inconnue (MI).

La preuve du premier point sera faite en classe, les autres démonstrations sont du même type et seront traitées en exercice.

9.3.2 Formule d'AL-KASHI

Dans ce paragraphe et dans les suivants, on parle d'un triangle ABC non aplati dont on note les longueurs $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$ et S son aire.



Théorème 9.10 (Formule d'AL-KASHI)**.** *Avec les conventions de notations vues plus haut, on a*

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$$

La preuve sera faite en classe.

Remarques.

- Si le triangle est rectangle en A, on retrouve le théorème de PYTHAGORE qui n'en est qu'un cas particulier. La formule d'AL-KHASI s'appelle aussi *Pythagore généralisé.*
- En permutant les côtés et les angles, on a aussi :

– $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\widehat{B}$;

– $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C}$.

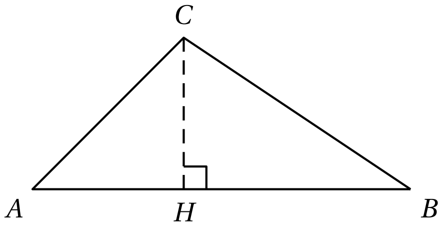
9.3.3 Formule de l'aire

Propriété 9.11 (Formule de l'aire)**.** *Avec les conventions de notations vues plus haut :*

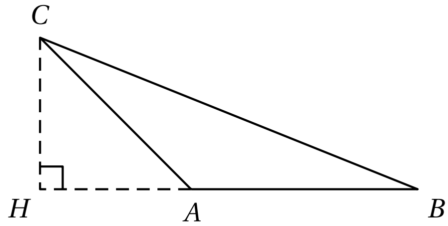
$$S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A} = \frac{1}{2}ac\sin\widehat{B} = \frac{1}{2}ab\sin\widehat{C}$$

Preuve. Deux situations sont à considérer :

Situation 1
(triangle *acutangle*)



Situation 2
(triangle *obtusangle*)



L'aire du triangle est donnée par : $S = \frac{1}{2}AB \times CH$.
Or $CH = AC\sin\widehat{A}$ (situation 1) ou $CH = AC\sin\left(\pi - \widehat{A}\right) = AC\sin\widehat{A}$ (situation 2).
Dans les deux cas, $S = \frac{1}{2}AB \times AC\sin\widehat{A} = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$.
En permutant, on obtient les deux autres égalités. ♢

9.3.4 Formule des sinus

Propriété 9.12 (Formule des sinus)**.** *Avec les conventions de notation vues plus haut :*

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}}$$

Preuve. D'après ce qui précède, on a : $S = \frac{1}{2}bc\sin\widehat{A} = \frac{1}{2}ac\sin\widehat{B} = \frac{1}{2}ab\sin\widehat{C}$.
En multipliant par $\frac{2}{abc}$, on obtient $\frac{2S}{abc} = \frac{\sin\widehat{A}}{a} = \frac{\sin\widehat{B}}{b} = \frac{\sin\widehat{C}}{c}$.
Le triangle étant non aplati, les angles sont non nuls et les sinus de ces angles aussi, on peut donc inverser ces quotients : $\frac{abc}{2S} = \frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}}$ ♢

Exemple. Soit ABC un triangle tel que $c = AB = 5$ cm, $\widehat{A} = 40°$ et $\widehat{B} = 30°$.
Alors $\widehat{C} = 180 - 40 - 30 = 110°$et, comme $\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}}$, on obtient $\frac{a}{\sin 40} = \frac{b}{\sin 30} = \frac{5}{\sin 110}$ puis $a \approx 3{,}42$ cm et $b \approx 2{,}66$ cm.

9.3.5 Formule de HÉRON

Propriété 9.13 (Formule de HÉRON)**.** *Avec les conventions de notations vues plus haut et en notant p le demi-périmètre du triangle ($2p = a + b + c$), on a :*

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

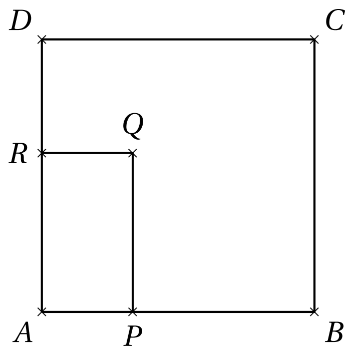
On l'admettra.

9.4 Exercices

9.4.1 Utilisation des définitions et propriétés

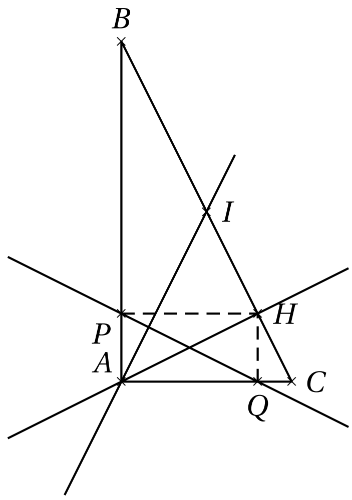
EXERCICE 9.1.
Soit $ABCD$ un carré de sens direct. On construit un rectangle $APQR$ de sens direct tel que :

- $P \in [AB]$ et $R \in [AD]$;
- $AP = DR$.



1. Justifier que $\overrightarrow{CQ}.\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{CQ}.\left(\overrightarrow{AR} - \overrightarrow{AP}\right)$
2. En déduire que les droites (CQ) et (PR) sont perpendiculaires.

EXERCICE 9.2.
ABC est un triangle rectangle en A. H est le pied de la hauteur issue de A ; I est le milieu de $[BC]$; P et Q sont les projetés orthogonaux de H respectivement sur (AB) et (AC).

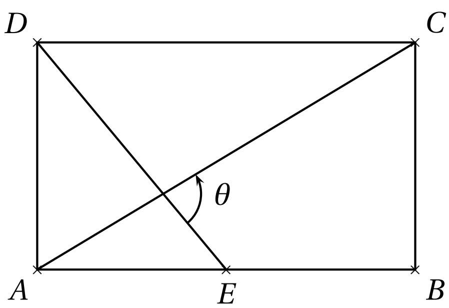


1. Montrer que $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI}$.
2. Justifier que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HA}$ et que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}$.
3. En déduire que $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{PQ} = 0$.
4. Que peut-on en déduire pour les droites (AI) et (PQ) ?

EXERCICE 9.3.
ABC est un triangle dans lequel $AB = 2$ et $AC = 3$. De plus $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 4$. Ce triangle est-il rectangle ?

EXERCICE 9.4.
$ABCD$ est un parallélogramme avec $AB = 4$, $AD = 5$ et $AC = 7$. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$. En déduire BD

EXERCICE 9.5.
$ABCD$ est un rectangle tel que $AD = 3$ et $AB = 5$. E est le milieu de $[AB]$.

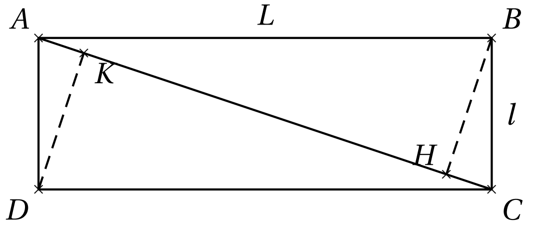


1. Calculer les longueurs AC et DE.
2. En exprimant chacun des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DE}$.
3. En déduire la valeur de l'angle $\theta = \left(\overrightarrow{DE};\overrightarrow{AC}\right)$ en degrés à 0,01 près.

EXERCICE 9.6.
Le but de cet exercice est de démontrer, à l'aide du produit scalaire, que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
Soit ABC un triangle. On note A', B' et C' les projetés orthogonaux respectifs de A, B et C sur (BC), (AC) et (AB). On note $H = (BB') \cap (CC')$.

1. Que valent les produits scalaires suivants : $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}$?
2. Calculer $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}$.
3. Conclure.

EXERCICE 9.7.
$ABCD$ est un rectangle de longueur L et de largeur l. Soient H et K les projetés orthogonaux des sommets B et D sur la diagonale (AC).

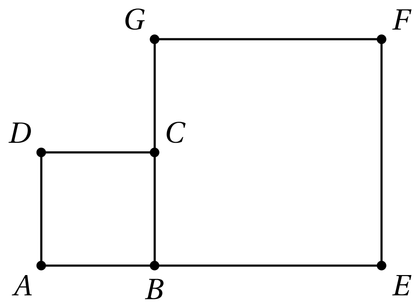


1. Calculer HK en fonction des longueurs des côtés L et l.
   On pourra évaluer de deux manières le produit scalaire $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{BD}$.
2. Comment choisir L et l pour avoir $AC = 2HK$?
   Exprimer alors l'aire du parallélogramme $BHDK$ en fonction de l'aire du rectangle $ABCD$.

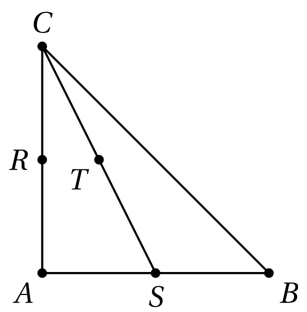
EXERCICE 9.8.
$ABCD$ est un losange de sens direct et de centre O On donne $AC = 10$ et $BD = 6$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.
2. On note P le projeté orthogonal de D sur la droite (AB). Calculer AP.
3. En déduire la hauteur du losange si l'on choisit comme base le côté $[AB]$

EXERCICE 9.9.
B est un point appartenant à $[AE]$. $ABCD$ et $BEFG$ sont des carrés situés dans le même demi-plan par rapport à (AE), comme sur la figure ci-contre.
Montrer que (EC) est la hauteur issue de E dans le triangle AEG.

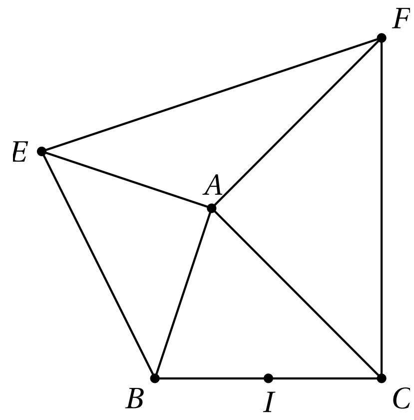


EXERCICE 9.10.
ABC est un triangle rectangle et isocèle en A avec $AB = 4$. R, S et T sont les milieux respectifs de $[AC]$, $[AB]$ et $[CS]$.



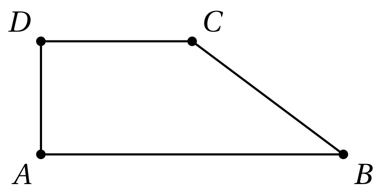
1. (a) Montrer que $(RT) \parallel (AB)$.
   (b) Montrer que $RT = 1$.
2. On se place dans le repère $\left(A; \vec{\imath}; \vec{\jmath}\right)$ où $\vec{\imath} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{\jmath} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
   (a) Déterminer la nature de ce repère.
   (b) Donner par lecture graphique et sans justifier les coordonnées des points de la figure dans ce repère.
   (c) Montrer que (AT) est une hauteur du triangle ARB.

EXERCICE 9.11.
ABC est un triangle tel que l'angle en A est aigu. BAE et CAF sont des triangles rectangles et isocèles en A à l'extérieur du triangle ABC (voir la figure ci-contre).
On note $\theta = \widehat{BAC}$, $b = AC$ et $c = AB$.



1. Exprimer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AE}$ en fonction de b, c et θ.
2. Soit I le milieu de $[BC]$.
   Montrer que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$.
3. Montrer que (AI) est la hauteur issue de A dans le triangle AEF.

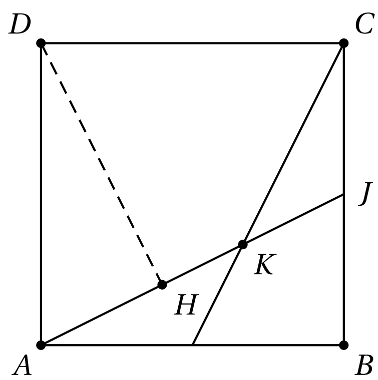
EXERCICE 9.12.
$ABCD$ est un trapèze rectangle de base $AB = 2a$ et $CD = a$ et de hauteur $AD = h$.



1. Exprimer $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$ en fonction de a et de h.
2. Existe-t-il une valeur de h telle que les diagonales (AC) et (BD) soient perpendiculaires ?

EXERCICE 9.13.
$ABCD$ est un carré de côté a, I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$. H est le projeté orthogonal de D sur la droite (AJ) et K le point d'intersection des segments $[AJ]$ et $[CI]$.

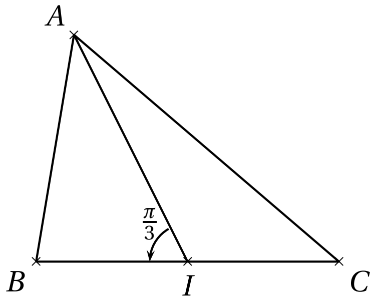
1. En exprimant de deux façons le produit scalaire $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AD}$:
   (a) Calculer la longueur AH en fonction de a ;
   (b) En déduire la distance du point D à la droite (AJ) en fonction de a.
2. En exprimant de deux façons le produit scalaire $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AD}$, déterminer le cosinus de l'angle $\widehat{JKI}$ puis donner la valeur approchée à 0,1° près par défaut de la mesure de $\widehat{JKI}$.



9.4.2 Relations métriques dans le triangle

EXERCICE 9.14.
Démontrer les deuxième et troisième formules de la médiane.

EXERCICE 9.15.
ABC est un triangle et I est le milieu de $[BC]$. On sait que $\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right) = \frac{\pi}{3}$ et que $BI = CI = 2$ et $AI = 3$.



Calculer :

1. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$;
2. $AB^2 + AC^2$;
3. $AB^2 - AC^2$;
4. AB et AC.

EXERCICE 9.16.
$[AB]$ est un segment de milieu I et $AB = 2$ cm.

1. Montrer que pour tout point M du plan : $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$
2. Trouver et représenter l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 = 14$.

EXERCICE 9.17.
$ABCD$ est un parallélogramme de centre I tel que $AB = 7$, $AD = 5$ et $BD = 8$.

1. Montrer que $AB^2 + AD^2 = 2AI^2 + 2ID^2$. En déduire AC.
2. En déduire les mesures des angles du parallélogramme à 1° près.
3. En déduire l'aire de $ABCD$.

EXERCICE 9.18.
ABC est un triangle tel que $a = 2$, $b = 3$ et $c = 4$. Calculer la valeur exacte de l'aire S de ABC.

EXERCICE 9.19.
ABC est un triangle tel que $b = 3$, $c = 8$ et $\widehat{A} = 60^\circ$. Calculer la valeur exacte de a ainsi que les mesures de $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ (en degrés à 10^{-1} près).

EXERCICE 9.20.
ABC est un triangle tel que $b = 6\sqrt{2}$, $\widehat{A} = 105^\circ$ et $\widehat{C} = 45^\circ$. Calculer les valeurs exactes de a et c.

EXERCICE 9.21.
ABC est un triangle tel que $BC = 4$, $\widehat{B} = \frac{\pi}{4}$ rad et $\widehat{C} = \frac{\pi}{3}$ rad.

1. Montrer que $\sin\widehat{A} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.
2. Calculer les valeurs exactes de AB et AC.
3. Calculer la valeur exacte de l'aire de ABC

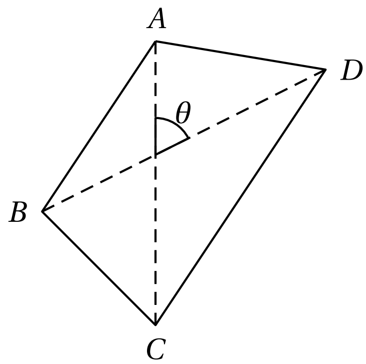
EXERCICE 9.22.
ABC est un triangle tel que $S = 5$ cm^2, $c = AB = 13$ cm et $b = AC = 2$ cm. Calculer la (ou les) longueur(s) possible(s) du troisième côté $a = BC$.

EXERCICE 9.23.
ABC est un triangle tel que $AB = 7$, $AC = 4$ et $\widehat{A} = 60^\circ$.

1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la valeur exacte de $\sin\widehat{B}$.

EXERCICE 9.24.
$ABCD$ est un quadrilatère convexe. On note θ l'angle entre ses deux diagonales (AC) et (BD). Démontrer que l'aire S du quadrilatère $ABCD$ est donnée par :

$$S = \frac{1}{2} \times AC \times BD \sin\theta$$



EXERCICE 9.25.
Un promeneur marche 5 km en direction de l'Est, puis 2 km en direction du Nord-Est. Surpris par le mauvais temps, il retourne directement à son point de départ en courant.
Sur quelle distance d a-t-il couru ? (On donnera la valeur exacte, puis la valeur approchée arrondie à 10 m).

EXERCICE 9.26.
Montrer que « ABC est un triangle rectangle en $A \Leftrightarrow \sin^2\widehat{A} = \sin^2\widehat{B} + \sin^2\widehat{C}$ ».